Математическая Диалектика.

Клящицкий Григорий (GK)

1 Введение

Философия долгое время была основой нашего миропонимания. Хотя в последние столетия точные науки заняли ведущее место в нашем сознании, она по-сути была и остается нашим фундаментом в понимании мира. За долгие годы философия сделала множество важнейших открытий, имеющих фундаментальное значение для наших взглядов и концепций. Мне бы хотелось упомянуть о двух таких достижениях.

Дренегреческий философ Евклид развил представления об окружающем пространстве, что составило важнейший раздел наших знаний – геометрию. Спустя более 2000 лет французский математик Рене Декарт предложил знаково-цифровую систему обозначений и наглядную интерпритацию – Декартову систему координат, и геометрия и математика в целом приобрели сегодняшний вид и стали общедоступными предметами.

Другой греческий философ, Аристотель, ввел систему взаимосвязей и анализа, получившую название логика. Спустя более 2000 лет британский философ Буль предложил систему знаково-цифровых обозначений для записи Аристотелевых логических связей. Булева алгебра позднее показала свою плодотворность, став основой электроники и компьютерной техники.

В этой связи мне бы хотелось назвать ещё одно гигантское достижение философии – диалектику. Её автор, Георг Вильгельм Гегель, жил сравнительно недавно, в 18-19 веках. Может быть поэтому, или по какой-то другой причине, но пока (насколько я знаю) никто не перевёл начала Диалектики в математическую форму. Возможно, читатель скажет, что это преждевременно, да и не имеет практического смысла. Не стану спорить, но в двух предыдущих случаях такой шаг оказался весьма плодотворным. Так может не стоит ждать 2000 лет.

2 Законы Диалектики

Для начала напомним принципы Диалектики:

I. **Закон Единства и Борьбы Противоположностей**.

Основой всякого развития является борьба противоположных начал.

Суть всякого явления состоит в существовании, связи и взаимодействии между противоположностями. Противоположности составляют суть единого целого и находятся не только в состоянии взаимосвязи, но и во взаимоотрицании. Такого рода взаимоотношения противоположностей Гегель назвал противоречиями. «Противоречие есть корень всякого движения и жизненности: лишь поскольку нечто имеет в самом себе противоречие, оно движется, обладает импульсом и деятельностью».

II. **Закон перехода Количества в Качество**

Вещь есть то, что она есть благодаря своему качеству. Теряя качество, вещь перестает быть сама собой, данной определенностью.

Количество - это внешняя для бытия определенность, характеризует бытие со стороны числа.

Закон говорит, что при достаточном изменении количества непременно изменится и качество.

III. **Закон Отрицания Отрицания**

Третий закон диалектики отражает результат определенного цикла процесса развития и его направленность. Процесс развития движения носит поступательно-повторяемый характер. Поступательность и повторяемость придают цикличности спиралевидную форму.

Отрицание отрицания означает, что переход из одного качественного состояния в другое произошел после преодоления старого качества и вторичного принятия в новом виде того, что было накоплено на предшествующей ступени.

В нем Гегель видел не только поступательное развитие абсолютной идеи, но и каждой отдельной вещи. По Гегелю, мысль в форме тезиса вначале полагается, а затем как антитезис противополагается самой себе и, наконец, сменяется синтезирующей высшей мыслью. Гегель рассматривает природу диалектического отрицания, суть которого состоит не в сплошном, тотальном отрицании, а в удержании положительного из отрицаемого.

Прошу прощения у преподавателей философии, если приводимые формулировки не повторяют дословно определения в их учебниках (я взял формулировки с Интернета). Тем не менее мне кажется, что они достаточно определённы и с ними можно попробовать поработать. Евреи пишут книги справа-налево и читают с конца на перёд. В соответсвии с этой традицией мы и попробуем переложить законы Диалектики на язык математики, двигаясь снизу-вверх.

3 Отрицание отрицания

Думаю, что с «Отрицанием» нам повезло. Действительно «Отрицание» входит в систему логики, и потому его математическое выражение уже имеет место быть.
В соответствии с Булевыми обозначениями имеем:

$$\sim 1 = 0$$

$$\sim 0 = 1$$

или комбинируя ситему двух выражений получим:

$$1 = \sim (\sim 1) \qquad \text{True} = \sim (\sim \text{True})$$

$$0 = \sim (\sim 0) \qquad \text{False} = \sim (\sim \text{False})$$

В общем виде закон можно записать:

$$A = \sim (\sim A), \qquad (1)$$

Где A – это рассматриваемый объект, явление, свойство...

4 Переход Количества в Качество

Кажется на этом удача от нас отвернулась. Ну, действительно, из философских определений даже сами понятия «количество» и «качество» стали малопонятными, а тут ещё попробуй найти им математические аналоги. Но, кто не ищет, тот не находит.
Если вы читали другие статьи на этом сайте, то могли заметить, что в них иногда используются аналогии с Термодинамикой и Статистической физикой. Давайте прибегнем к ним снова.
Статистическая Физика рассматривает систему, состоящую из множества частиц, обладающих определёнными свойствами (то есть, описываемыми некоторой системой уравнений). Эти свойства определяются характеристиками частиц, или другими словами функции описания поведения частиц есть функции от параметров частиц (l, v, m).
Суммируя уравнения по всему ансамблю частиц, Статистическая Физика получает уравнения, описывающие поведение всей системы. То есть результатом являются функции, описывающие поведение системы в целом, или функции, параметрами которых являются характеристики (макро-параметры) системы (P, T, V).
Давайте попробуем записать это в математической форме:

$$\sum \{\phi(l, v, m)\} = F(P,T,V) \qquad (2)$$

Функция $\phi(l, v, m)$ описывает малые изменения в системе. По сути ϕ можно считать функцией описывающей «количество» системы.
Функция $F(P,T,V)$ – описывает состояние системы и её изменения. С помощью параметров P,T,V мы характеризуем саму систему, её «сущность».
То есть, формула (2) означает, что «количество», малые изменения $\phi(l, v, m)$, накапливаются, и, при достижении некоего уровня, приводят к изменению «качества», состояния системы $F(P,T,V)$.
В статье «Событийное Время» мы отметили, что всякая система характеризуется макро-параметрами (p_1, p_2, p_3...). Комплекс макро-параметров и есть определение состояния системы. При отсутствии изменений параметров (p) состояние системы остаётся неизменным. Изменение параметра(ов) (p) означает Событие и переход системы в иное состояние, изменение «качества». Тогда формулу (2) можно записать как:

$$\sum \{\phi(x_1, x_2, x_3)\} = F(p_1, p_2, p_3) \qquad (2a)$$

Не знаю, насколько вы находите подобную трактовку отражающей сущность закона Диалектики, но я бы предложил её в качестве математической интерпретации.

5 Единство и Борьба Противоположностей

С первым началом Диалектики дела тоже обстоят не лучшим образом. Как математически определить «противоположности». Если считать, что это + и -, то мы вернёмся к закону «Отрицания». Я думаю, что противоположности не следует интерпретировать как простую знаковость. Это нечто более фундаментальное.
А давайте обратимся к Ньютону – наши представления о мире во многом сформировали его научные теории. Законы механики Ньютона звучат (в кавычках приведены исторические формулировки, предположительно близкие к оригинальным) следующим образом:

1. В отсутствии внешних сил тело находится в состоянии покоя или равномерного прямолинейного движения (покой в другой системе координат).
   «Всякое тело продолжает удерживаться в своём состоянии покоя или равномерного и прямолинейного движения, пока и поскольку оно не понуждается приложенными силами изменить это состояние».
2. Под действием внешней силы тело испытывает ускорение, пропорциональное действующей силе (векторно совпадающее с вектором силы). Коэффициент пропорциональности есть характеристика тела и называется массой.
   «Изменение количества движения пропорционально приложенной движущей силе и происходит по направлению той прямой, по которой эта сила действует».
3. Каждое действие вызывает противодействие (силы возникают попарно с противоположным знаком).

> «Действию всегда есть равное и противоположное противодействие, иначе — взаимодействия двух тел друг на друга между собою равны и направлены в противоположные стороны.»

Взглянем на третий закон. О, Эврика (это из Архимеда)!! Кажется о противоположностях нам рассказывали в школе. И о единстве, кажется, тоже. Если отойти от трактовки третьего закона, которую в неё вкладывал Ньютон, а трактовать её шире, то законы Ньютона можно переписать следующим образом (да простит нас Ньютон):
Суть любого процесса – это взаимодействие сил. Силы всегда существует парами и находятся в противодействии. В условии равенства противосил, тело находится в состоянии покоя (неизменном, стационарном). Неравновесие противосил является причиной процесса, изменения состояния тела.
Теперь первое Диалектическое начало можно попробовать записать математически. Обозначим <u>действие</u> некоей функцией $\psi(p_1, p_2)$, а <u>противодействие</u> – функцией $\varphi(p_1, p_3)$. Тогда первый закон Диалектики можно записать как:

$$\psi(p_1, p_2) - \varphi(p_1, p_3) = F(p_1, p_2, p_3) \qquad (3)$$

То есть суть всякого явления состоит в существовании, связи и взаимодействии между противоположностями. Противоположности составляют суть единого целого и находятся в состоянии взаимоотрицания (операция вычитания), которое и определяет процессы (изменения) явления.
Если следовать принятой в статье «Событийное Время» терминологии, то параметры (p_1, p_2, p_3...) это и есть параметры характеризующие состояние системы. Изменение параметра(ов) (p) означает Событие и переход системы в иное состояние, то есть функция $F(p_1, p_2, p_3)$, стоящая в правой части уравнений (2а и 3) – это функция, описывающая Событийность (изменения) системы, и по природе функция одного свойства.

5.1 Теория Эксперимента

А почему вычитание? Да, вполне резонный вопрос. Противоположность можно интерпретировать и как вычитание (-) и как деление (/).

Был у нас в школе (я заканчивал Московский Институт Химического Машиностроения) странный предмет, где рассматривался вопрос о возможности применения модели к реальному объекту. Я не могу в точности сказать как предмет назывался, поэтому использую рабочее название: «Теория Эксперимента».
Тема предмета простая. Перед нами стоит задача спроектировать сложный объект, обладающий некими заданными характеристиками. Рассчитать всю систему в точности невозможно. Мы решаем построить уменьшенную модель и на ней определить

характеристики. Вопрос: при каких условиях наша модель может быть использована для определения характеристик проектируемого объекта?
Для того, чтобы ответить на поставленный вопрос преподаватели отметили, что любые процессы – суть взаимодействие противосил. Если соотношения между противосилами в реальном объекте и модели одинаковые, то модель будет правильно воспроизводить реальный объект. В результате развития идеи противосил, предлагалось строить рассчёты не в абсолютных величинах (кг, амп, сек, н...), а в относительных (безразмерных): относительный вес, относительная сила тока, относительное время.
Например самолет. Возьмём главную характеристику - вес. Тогда тягу двигателя можно измерять относительно веса (т.е. в безразмерных еденицах); подъемную силу – относительно веса (в тех же безрамерных еденицах).

Итак, суть явлений состоит во взаимодействии противосил, и мы рассматриваем не силы как таковые, а их сотношения. Если записать эти идеи в принятых обозначениях, то мы получим:

$$\psi(p_1, p_2) / \varphi(p_1, p_3) = \dot{F}(p_1, p_2, p_3), \qquad (4)$$

где $\dot{F}$ - функция состояния системы (аналог функции F).
Это по сути выражение того же начала Диалектики в иной форме.
Формула (4) дает основание предположить, что подход, применяемый для сравнения модели и реального объекта на деле имеет более широкое значение и позволяет применять описанный подход к изучению и описанию практически всех явлений.

Обратите вимание, что во втором законе (2) функция $\phi(x_1, x_2, x_3)$ – это функция от параметров элементов системы, а в первом начале (3, 4) функции $\psi(p_1, p_2)$ и $\varphi(p_1, p_3)$ – это функции макропараметров (p).

6 Формулы Диалектики

Итак повторим принципы диалектики и их математические (предлагаемые) интерпретации:

I. **Закон Единства и Борьбы Противоположностей**.

$$\psi(p_1, p_2) - \varphi(p_1, p_3) = F(p_1, p_2, p_3) \qquad (I)$$

$$\psi(p_1, p_2) / \varphi(p_1, p_3) = \dot{F}(p_1, p_2, p_3), \qquad (Ia)$$

II. **Закон перехода Количества в Качество**

$$\sum \{\phi(x_1, x_2, x_3)\} = F(p_1, p_2, p_3) \qquad (II)$$

III. **Закон Отрицания Отрицания**

$$A = \sim (\sim A) \qquad (III)$$

Я не вполне уверен, что предложенные формулы и есть исчерпывающая запись законов Диалектики. Но даже если я не прав, или не вполне прав, и вы сможете предложить более правильную форму записи, в любом случае я считаю эту попытку небесполезной. Это шаг в правильном направлении, а путь к пониманию иногда долог и извилист. Желаю вам успехов на этом пути!

2020, Июнь